孙诚，李建平. 2011. 北半球 500 hPa 位势高度场时空频谱特征分析 [J]. 大气科学，35 (6)：1079－1090. Sun Cheng，Li Jianping. 2011. Spatial-temporal spectral analysis of the Northern Hemisphere 500-hPa geopotential height [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese)，35 (6)：1079－1090.

北半球 500 hPa 位势高度场时空频谱特征分析

孙诚[1,2]　李建平[1]

1 中国科学院大气物理研究所大气科学和流体力学数值模拟国家重点实验室，北京　100029
2 中国科学院研究生院，北京　100049

摘　要　利用 1979～2004 年 NCEP2 再分析资料，对逐日的北半球 (20°N～90°N) 500 hPa 的位势高度进行二维傅里叶的谱展开，并分析了不同波数下的谱展开系数的频域特征。对全年序列分析的结果表明：当纬向波数 k 和经向波数 l 均为 0 时，其谱展开系数表现为显著的低频 (10～30 天) 变化特征；当经向波数 $l=0$ 时，其谱展开系数的频域特征随纬向波数 k 的变化较大，表现为大尺度波动以低频变化为主而小尺度波动则以高频 (4～8 天) 变化为主；当纬向波数 $k=0$ 时，其谱展开系数的频域特征随经向波数 l 的变化不大，均表现为很强的低频特征；当纬向波数 k 和经向波数 l 均不为 0 时，其谱展开系数的低频分量主要表现为经向 1 波 ($l=1$) 的空间结构，这与中高纬低频环流异常多以经向偶极子的特征出现是对应的。对冬、夏半年序列分别分析的结果与全年序列分析的结果并无显著差别。经典的纬向基流罗斯贝波频散关系可部分解释上述特征。

关键词　二维傅里叶分解　标准化功率谱　频散关系　位势高度　经向偶极子
文章编号　1006－9895 (2011) 06－1079－12　　**中图分类号**　P434　　**文献标识码**　A

Spatial-Temporal Spectral Analysis of the Northern Hemisphere 500-hPa Geopotential Height

SUN Cheng[1,2] and LI Jianping[1]

1 *State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing*　100029
2 *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing*　100049

Abstract　Using NCEP2 reanalysis data from 1979 to 2004, the daily 500-hPa geopotential height in the Northern Hemisphere (20°N－90°N) has been expanded into double Fourier series and the signals in the frequency domain have been analyzed for different spatial scales. For the daily series in the entire year, when both the zonal wave number k and the meridional wave number l equal zero, the signals series are characterized by a significant low-frequency variation (10－30 days). When the meridional wave number l equals zero, the signals in the frequency domains vary with the zonal wave number k significantly. The coefficient series consist of a low-frequency variation at larger spatial scales and a high-frequency variation (4－8 days) at smaller spatial scales. When the zonal wave number k equals zero, the signals in the frequency domains vary little with the meridional wave number l. The coefficient series are characterized by a low-frequency variation. When both k and l are not equal to zero, the spatial scales of

收稿日期　2011－01－24，2011－05－27 收修定稿
资助项目　国家重点基础研究发展计划 2010CB950400，国家自然科学基金资助项目 41030961、40821092
作者简介　孙诚，男，1985 年出生，博士，主要从事环状模及其影响研究。E-mail：scheng@lasg.iap.ac.cn
通讯作者　李建平，E-mail：ljp@lasg.iap.ac.cn

low-frequency variations mainly concentrate on $l=1$, corresponding to the dipole structure of low-frequency flows in the mid-high latitudes. The results for daily series during the winter or summer half year are similar to those during the entire year. The diagnosis results can be explained, to a certain extent, by the dispersion relation for the Rossby wave.

Key words double Fourier expansion, standardized power spectrum, dispersion relation, geopotential height, meridional dipole structure

1 引言

北半球大气运动的时空变化特征是大气科学研究的前沿问题。20 世纪末，Thompson and Wallace (1998, 2000) 利用经验正交分解方法 (EOF) 提出了北半球环状模 (NAM) 的概念，其主要特征是北半球中纬度和高纬度海平面气压呈现出沿纬圈对称的反位相变化，并且指出 NAM 是北半球 (20°N～90°N) 大气月时间尺度变化的主要模态。Gong and Wang (1999) 也用 EOF 提出了南半球环状模 (SAM)。Li and Wang (2003a) 和李建平 (2005) 在此基础上提出了大气环状活动带的新概念 (大气环流变率具有纬向带状分布的特点)，并且定义了新的 NAM 指数 (I_{NAM}) 和南半球环状模指数 (I_{SAM}) (Nan and Li, 2003; Wu et al., 2009; Feng et al., 2010)，从而更好地反映了环状模的纬向对称特征。最近，李晓峰和李建平 (2009, 2010) 分析了逐日的 I_{NAM} 并指出 NAM 存在显著的准两周的低频变化特征，这表明 NAM 具有与其空间分布特征相适应的时间尺度。Feldstein (2000) 也指出北大西洋涛动 (NAO) 的时间尺度在 10 天以上。不仅 NAM 和 NAO 具有南北偶极的空间特征 (Li and Wang, 2003b)，阻塞型环流作为另一种低频变化的大气环流异常，时常以经向偶极的特征出现 (Shutts, 1983)。许多研究指出 NAM 的维持与中高纬大气波流相互作用有关 (Jin et al., 2006a, 2006b; Lorenz and Hartmann, 2001)，但也有研究指出 NAM 是利用线性化后的正压涡度方程得到的一个本征模态 (Tanaka and Matsueda, 2005)。

中高纬大气运动的另一个显著特征是纬向的波动过程。邱明宇等 (2004) 对 500 hPa 高度场的研究发现大尺度波动 (纬向 1、2、3 波) 存在显著的 30 天左右的低频振荡特征，并且振荡周期受到 ENSO 事件的调制。Jin et al. (2006a) 利用复经验正交分解方法 (CEOF) 分析了北半球 500 hPa 流函数场的高频 (2～8 天) 变化所对应的空间传播特征，发现纬向特征波数 k 一般为 5～7 波。从上述学者的研究不难发现，北半球大气运动的空间尺度与其时间变化特征存在一定的联系，有必要进行系统性的研究。

早在 20 世纪已有很多学者对全球大气运动的时空频谱特征进行了研究。早期的时空谱分析是对纬向空间和时间进行二维的谱展开或是先单独分析纬向空间的谱特征而后对谱系数做频域上的谱分析 (Kao, 1968; Hayashi, 1982; 黄嘉佑和李黄, 1984)。大气运动的经向结构也是环流变率的重要部分，因而有必要考虑二维空间的谱分解。Blackmon (1976) 利用球谐函数展开分析了北半球 500 hPa 高度场不同尺度运动的频域变化特征，指出大尺度波动的能量集中在低频部分，而小尺度波动与之相反。但是，球谐函数无法直接对区域面进行分解，因此，为了研究北半球中高纬 (20°N～90°N) 的时空频谱特征，需要提出针对区域面的空间谱分解方法。近些年，二维傅里叶展开 (Double Fourier Expansion) 被用来分析和解决球面问题并取得了一定进展 (Yee, 1980; Cheong, 2000)。利用二维傅里叶展开，本文将从北半球逐日的 500 hPa 高度场的空间谱展开系数出发，分析大气运动的频域特征与空间尺度的关系，最终从理论上给出了初步的解释。

2 资料与方法

2.1 资料

本文分析的是 1979～2004 年 NCEP2 逐日再分析资料 (Kanamitsu et al., 2002) 中的 500 hPa 位势高度场资料，水平分辨率为 2.5°×2.5°。为了分析逐日的 500 hPa 位势高度异常，需要去除资料中气候态的季节循环。我们定义 20 年 (1979～1998 年) 的逐日气候态中的年平均和前四个谐波的和为气候态的季节循环。为处理方便，去除了 2

月 29 日的资料，因而每年为 365 天。冬半年为 10～12 月及次年 1～3 月，夏半年为 4～9 月。

2.2　空间谱展开

对于二维时变的波动（纬向波数为 k，经向波数为 l，圆频率为 ω），其表达式可写为如下形式：

$$X(x,y,t) = x_R\cos(kx+ly-\omega t) + x_I\sin(kx+ly-\omega t),$$

进一步分离时空变量可得：

$$X(x,y,t) = (x_R\cos\omega t - x_I\sin\omega t)\cos(kx+ly) + (x_I\cos\omega t + x_R\sin\omega t)\sin(kx+ly).$$

从上式可知，分解后的空间基函数 $\cos(kx+ly)$ 和 $\sin(kx+ly)$ 所对应的谱系数同样也具有显著的圆频率 ω。

对于函数 $F(x,y,t)$ 我们利用二维傅里叶展开，将其表示为如下形式：

$$F(x,y,t) = \sum_{k=-K}^{K}\sum_{l=-L}^{L} f_R(k,l,t)E_R + f_I(k,l,t)E_I, \tag{1}$$

其中，

$$E_R = \cos\left(\frac{2\pi k}{L_x}x + \frac{2\pi l}{L_y}y\right),$$

$$E_I = \sin\left(\frac{2\pi k}{L_x}x + \frac{2\pi l}{L_y}y\right),$$

f_R 和 f_I 分别由逆变换得到，K 和 L 分别是纬向和经向的最大截断波数。由于空间基函数的奇偶性，(1) 式进一步化为：

$$F(x,y,t) = \sum_{k=1}^{K}\sum_{l=-L}^{L} f_1E_R + \sum_{k=-K}^{-1}\sum_{l=-L}^{L} f_2E_I + \sum_{l=1}^{L} f_3\cos\left(\frac{2\pi l}{L_y}y\right) + \sum_{l=-L}^{-1} f_4\sin\left(\frac{2\pi l}{L_y}y\right) + f_5,$$

其中，

$$f_1 = f_R(k,l,t) + f_R(-k,-l,t) \quad 1\leqslant k\leqslant K, -L\leqslant l\leqslant L,$$

$$f_2 = f_I(k,l,t) - f_I(-k,-l,t) \quad -K\leqslant k\leqslant -1, -L\leqslant l\leqslant L,$$

$$f_3 = f_R(0,l,t) + f_R(0,-l,t) \quad 1\leqslant l\leqslant L,$$

$$f_4 = f_I(0,l,t) - f_I(0,-l,t) \quad -L\leqslant l\leqslant -1,$$

$$f_5 = f_R(0,0,t).$$

实际计算时，首先，在不同的纬圈上，用 K 阶截断的一维傅里叶序列将高度场异常展开，得到

$$Z(\theta,\phi) = \sum_{k=-K}^{k=K} Z_k(\theta)e^{ik\varphi},$$

$Z(\theta,\phi)$ 表示高度场，其中 θ 是纬度而 ϕ 为经度。而后，我们再将 $Z_k(\theta)$ 用 L 阶截断的傅里叶级数展开，从而得到最终分解的结果。在本文中，$K=30$，$L=25$，因此，有

$$k = 0, \pm1, \pm2, \ldots, \pm30,$$

$$l = 0, \pm1, \pm2, \ldots, \pm25.$$

图 1 给出了 2004 年 12 月 31 日的 500 hPa 位势高度场异常的分布和截断误差分布，由图可见，截断误差比真实场要小两个量级以上，因而我们认为二维傅里叶分解的方法是合理的。为了重点分析北半球大尺度运动的时空频谱特征，纬向波数和经向波数均只取前 5 波进行分析，并且将纬向波数 k 和经向波数 l 分情况讨论：情况 1 为 $k=0$，$l=0$；情况 2 为 $l=0$，$k=\pm1\sim\pm5$；情况 3 为 $k=0$，$l=\pm1\sim\pm5$；情况 4 为 k，$l=\pm1\sim\pm5$。

2.3　标准化功率谱分析

在得到空间谱展开系数 $f_{1\text{-}5}$ 后，再对其进行频域上的标准化功率谱分析。具体步骤如下：

(1) 按照年份将序列分为 26 段，并在计算连续功率谱前用汉明窗进行平滑，从而消除旁瓣的影响。

(2) 对处理后的序列计算其连续功率谱值 S，并计算对应的 95%红噪置信度上限 S_{95}。

(3) 标准化功率谱（李晓峰和李建平，2009），具体定义如下：

$$R^* = \frac{S^*}{S_{95}},$$

其中，S^* 为通过 95%红噪置信上限的功率谱：

$$S^* = \begin{cases} S, S\geqslant S_{95} \\ 0, S<S_{95} \end{cases}.$$

对多年的功率谱进行合成，得到：

$$\overline{R^*} = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} R^*,$$

其中，$n=26$。对应时间周期上功率谱超过 95%红噪置信度上限年份总数 N 表示为：

$$N = \sum_{i=1}^{n} m_i,\ m_i = \begin{cases} 1, S\geqslant S_{95} \\ 0, S<S_{95} \end{cases}.$$

综上所述，可以用 $\overline{R^*}$ 和 N 两个指标来评估某

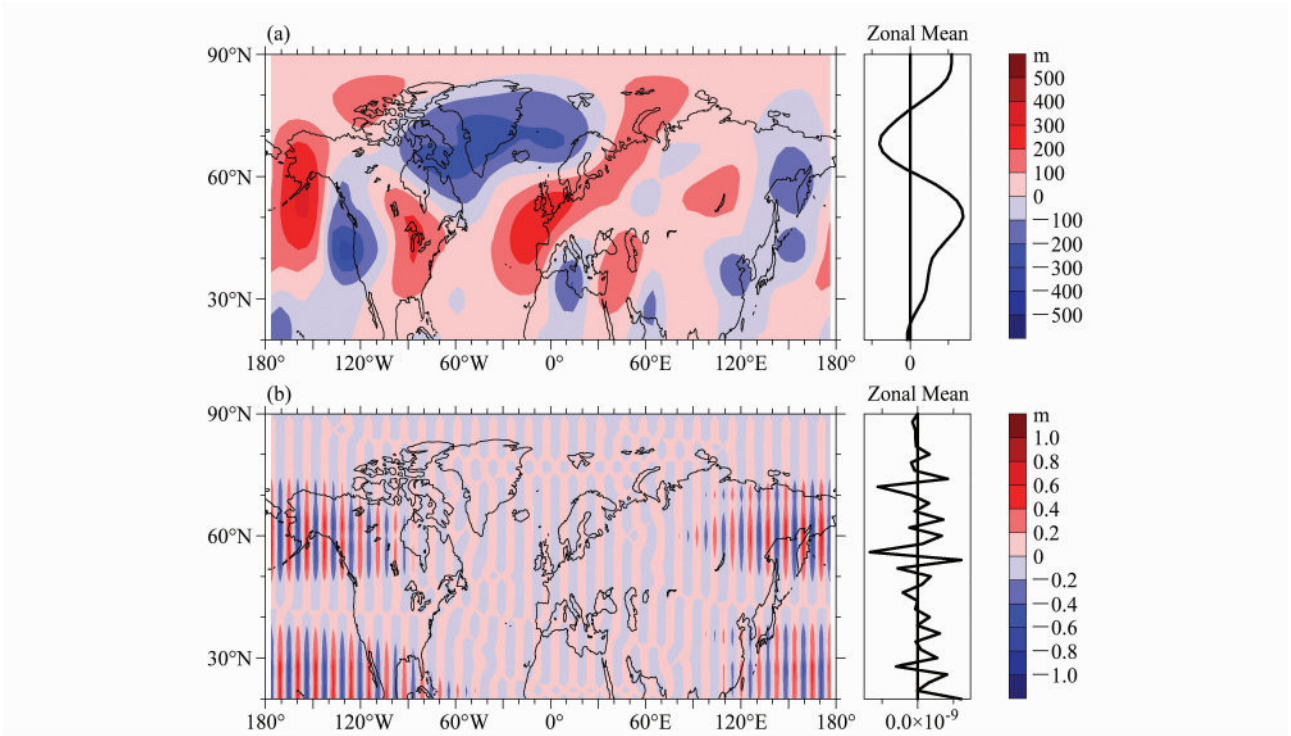

图 1 2004 年 12 月 31 日 500 hPa 高度场异常（a）和二维傅里叶展开的截断误差（b）空间分布

Fig. 1 The spatial distributions of (a) the 500-hPa geopotential height anomalies on 31 Dec 2004 and (b) the truncation error caused by double Fourier expansion

个周期的显著性水平。标准化功率谱值越大，显著年份数越多，表明该周期的显著性越强。

3 资料分析结果

3.1 空间谱展开系数的频域特征

图 2 是 1979～2004 年全年逐日的空间谱展开系数在纬向波数 $k=0$ 和经向波数 $l=0$（情况 1）时标准化功率谱合成及对应周期上显著功率谱的年份统计图，由图可见，标准化合成功率谱 $\overline{R^*}$ 在 10～30 天的谱段中最强，基本都超过了 1.0，最高接近了 1.4。在该谱段中，功率谱超过 95%红噪置信度上限年份总数 N 也最多，基本在 18 年附近，最多达到了 20 年。在该谱段中，$\overline{R^*}$ 存在着两个强谱峰，分别对应 10 天和 16 天的周期，同时 N 在相应的周期上也存在着明显的峰值。该结果表明北半球中高纬区域平均的位势高度异常存在着低频变化的信号，这种信号可能与热带的季节内振荡存在关联。冬季和夏季序列均存在着与全年序列相似的统计特征（图略），表明这种低频信号并不依赖与季节的变化。

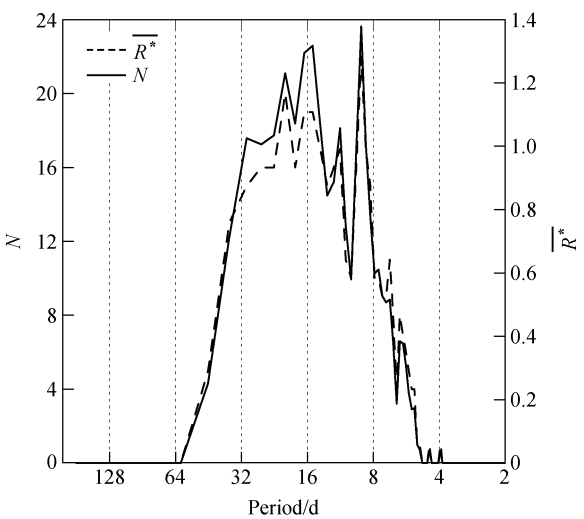

图 2 纬向波数 $k=0$、经向波数 $l=0$ 对应的全年逐日的谱展开系数的标准化功率谱合成 $\overline{R^*}$（虚线）及超过 95%红噪置信度上限年份总数 N（实线）随周期谱段的统计分布

Fig. 2 The composite standardized power spectra ($\overline{R^*}$) in the entire year and the total number of years (N) for the significant spectrum periods from 1979 to 2004 when zonal wave number $k=0$ and meridional wave number $l=0$

图 3 是 26 年的全年逐日的空间谱展开系数在 $l=0$，$k=\pm1\sim\pm5$（情况 2）时标准化功率谱合成及对应周期上显著年份统计图，由图可见，当纬向

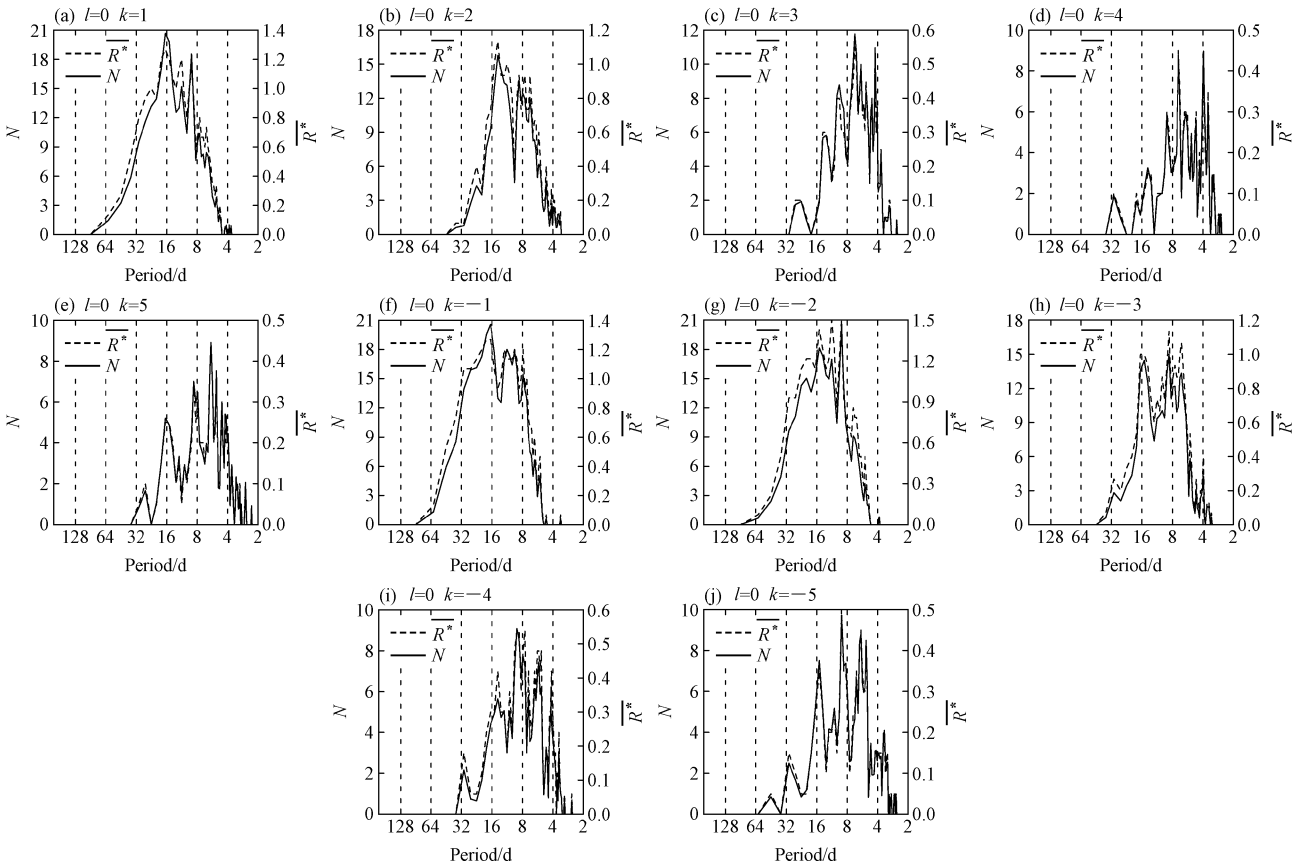

图 3　当经向波数和纬向波数满足 $l=0,k=1,2,\cdots,5$ (a－e) 和 $l=0,k=-1,-2,\cdots,-5$ (f－j) 时对应的谱展开系数的标准化功率谱合成 $\overline{R^*}$（虚线）及超过 95%红噪置信度上限年份总数 N（实线）随周期谱段的统计分布

Fig. 3　The composite standardized power spectra $\overline{R^*}$ in an entire year and the total number of years N for the significant spectrum periods from 1979 to 2004 when (a－e) meridional wave number $l=0$, zonal wave number $k=1,2,\cdots,5$ and (f－j) $l=0,k=-1,-2,\cdots,-1$

波数 $k=1\sim5$ 和 $k=-1\sim-5$ 时，谱展开系数在频域上有着相似变化特征，并且随着 $|k|$ 的增大，$\overline{R^*}$ 和 N 在各频率谱段上均呈现出减小的特征。当 $|k|=12$ 时，$\overline{R^*}$ 的大值区主要集中在 10～30 天的低频谱段，其中以准两周的周期最强（均超过 1.0），显著年份数 N 也最多（均超过 15 年）；当 $|k|=3\sim5$ 时，$\overline{R^*}$ 和 N 在低频谱段的值都迅速减小，而大值区主要集中在 4～8 天的高频谱段。为了更清楚地说明不同空间尺度运动的特征周期的变化，我们将低频谱段（10～30 天）和高频谱段（4～8 天）分离。图 4 分别是高低频谱段平均的 $\overline{R^*}$ 和 N 随 k 的变化曲线，由图可见，当 $|k|$ 较小时，大气运动的低频特征要比高频部分显著地多，但是，当 $|k|$ 较大时，尽管高低频均不显著，该尺度上的运动还是以高频变化为主。上述结果表明，空间尺度较大的纬向波动呈现为准定常波，而尺度较小的波动其生命周期较短。我们称高频和低频谱段平均的 $\overline{R^*}(N)$ 相交时对应的 k 为临界纬向波数，当 k 小于临界纬向波数时波动呈现显著的低频变化；反之，当 k 大于临界纬向波数时，波动以高频变化为主。这里分析的结果表明，$|k|$ 集中在 3 附近。对冬、夏季情况的分析（图略）发现，标准化功率谱合成及对应周期上显著年份统计特征与全年情况存在相似的变化特征，表明 $\overline{R^*}$ 和 N 随纬向波数 k 的变化不依赖于季节，但是冬季的临界纬向波数略小于夏季和全年的情况，这表明冬季的大气环流的低频变化其空间尺度更大。

图 5 是 26 年的全年逐日的空间谱展开系数在 $k=0$，$l=\pm1\sim\pm5$（情况 3）时标准化功率谱合成及对应周期上显著年份统计图，由图可见，当经向波数为 $l=1\sim5$ 和 $l=-1\sim-5$ 时，谱展开系数在频域上有着相似变化特征，并且随着 $|l|$ 的增大，

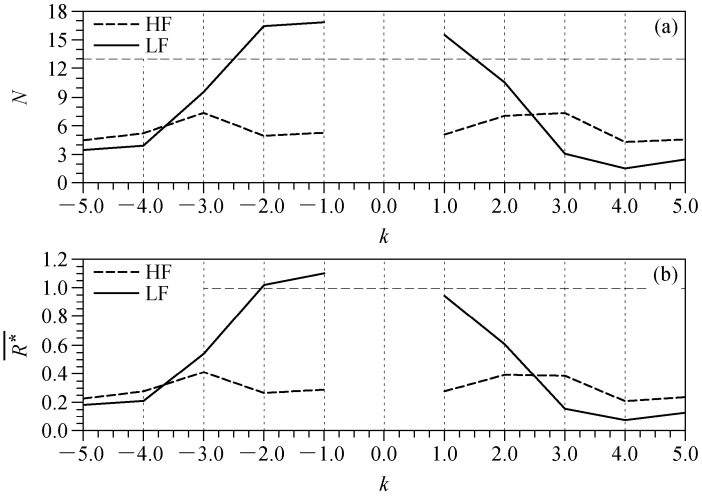

图 4 当经向波数和纬向波数满足 $l=0$，$k=\pm1$，±2…，±5 时高频（4～8 天，虚线）和低频（10～30 天，实线）谱段平均的（a）超过 95%红噪置信度上限年份总数 N 随 k 的变化曲线以及（b）标准化功率谱合成$\overline{R^*}$随 k 的变化曲线

Fig. 4 The high-frequency (4－8 days) and low-frequency (10－30 days) period means of (a) the total number of years N for the significant spectrum periods and (b) the composite standardized power spectra $\overline{R^*}$ when the zonal wave number $k=\pm1$, ±2, …, ±5 and the meridional wave number $l=0$

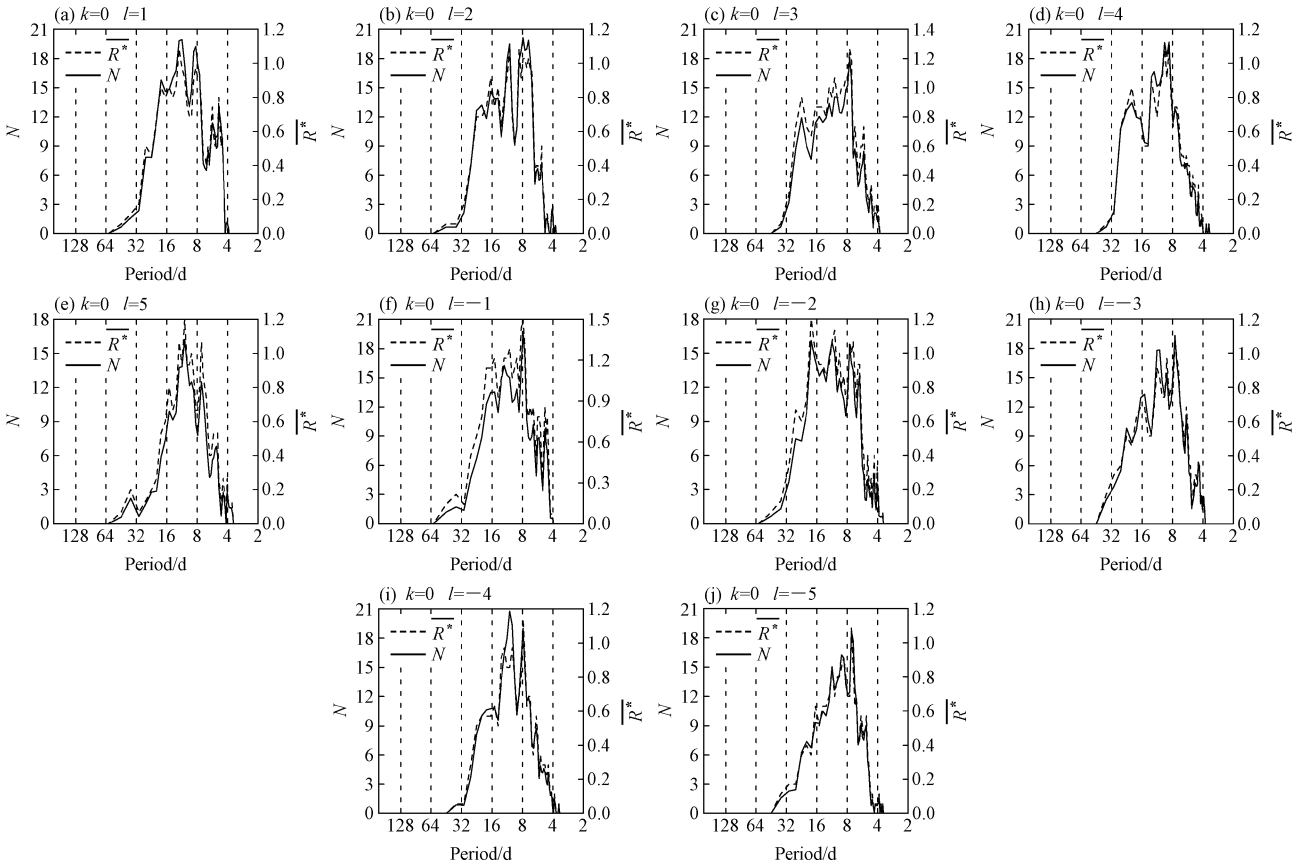

图 5 同图 3，但为纬向波数和经向波数满足 $k=0$，$l=1$，2，…，5（a－e）和 $k=0$，$l=-1$，-2，…，-5（f－j）

Fig. 5 Same as Fig. 3, but for (a－e) $k=0$, $l=1$, 2, …, 5 and (f－j) $k=0$, $l=-1$, -2, …, -5

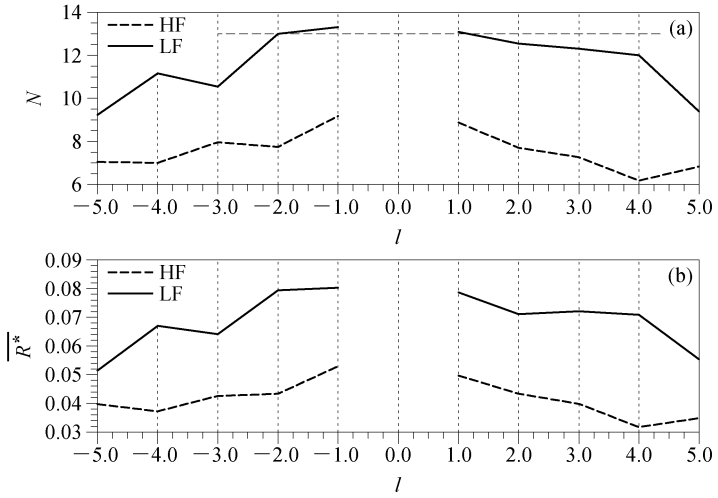

图 6　同图 4，但为纬向波数和经向波数满足 $k=0$，$l=\pm1$，±2，…，±5 时的情况

Fig. 6　Same as Fig. 4, but for $k=0$, $l=\pm1$, ±2, …, ±5

$\overline{R^*}$ 和 N 的分布形态向准两周的周期收缩。当 $|l|$ 较小时，$\overline{R^*}$ 和 N 在 16～30 天，准两周和 4～8 天这三个谱段均有峰值，并且均很显著；随着 $|l|$ 的增大，高低频谱段的显著性消失，而准两周的周期仍然显著。该结果表明，纬向平均的大气运动存在显著的准两周振荡，进一步验证了 NAM 存在显著准两周活动周期（李晓峰和李建平，2009）。为了进一步说明高低频的显著性随 l 的变化特征，我们将低频谱段（10～30 天）和高频谱段（4～8 天）分离。图 6 分别是高低频谱段平均的 $\overline{R^*}$ 和 N 随 l 的变化曲线，由图可见，$\overline{R^*}$ 和 N 均随着 $|l|$ 的增大而减小，但始终以低频变化为主，表明纬向对称的环流异常存在明显的低频变化特征。分别对冬季和夏季的情况进行分析，得到的结果与全年序列分析的结果一致（图略）。

k，$l=\pm1$～±5（情况 4）的情况相比前三种要复杂。相比高频变化，我们更为关注低频变化的空间特征，因此对于情况 4 我们主要关注低频谱段的空间尺度特征。图 7 和图 8 分别给出了低频谱段（10～30 天）平均的 $\overline{R^*}$ 和 N 随 k 和 l 的统计分布图。由图 7 可见，$\overline{R^*}$ 的极大值分布在如下的几个点：($k=\pm1$，$l=1$) 和 ($k=\pm1,2$，$l=-1$)，而 N（图 8）的极大值分布在 ($k=\pm1,2$，$l=1$) 和 ($k=\pm1,\pm2,3$，$l=-1$)。不难发现，低频变化的空间尺度较大，并且经向尺度集中在 $|l|=1$，该结果表明，准定常波动的经向波数以 1 波为主，这与低频的阻塞形势南北偶极的经向结构特征（Shutts, 1983）存在联系。

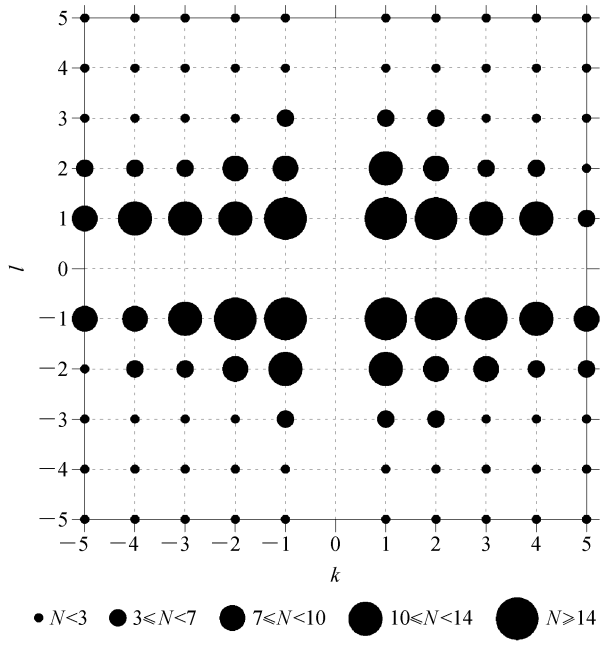

图 7　纬向波速 $k=\pm1,\pm2\cdots,\pm5$、经向波数 $l=\pm1,\pm2\cdots,\pm5$时低频（10～30 天）谱段平均的超过 95%红噪置信度上限年份总数 N 随纬向波数 k 和经向波数 l 的统计分布

Fig. 7　Distribution of the low-frequency (10－30 days) period means of the total number of years N for the significant spectrum periods when the zonal wave number $k=\pm1,\pm2,\cdots,\pm5$ and the meridional wave number $l=\pm1,\pm2,\cdots,\pm5$

综上所述，对于北半球中高纬度大气运动而言，纬向波动表现为大尺度波动以 10～30 天低频变化为主而小尺度波动则以 4～8 天高频变化为主，

临界纬向波数在冬季时略小；纬向对称运动主要表现为低频变化，其中以准两周的周期最为显著；准定常波的经向结构以 1 波为主，这与低频变化多以经向偶极子的形式存在有一定的联系。

3.2 NAM 的时空特征

3.1 节的结果过于抽象，这一节以 NAM 为例具体分析上述的结果。NAM 最主要的空间结构为纬向对称的南北偶极子型，但也存在着两个显著的区域中心，分别位于北大西洋和北太平洋（Thompson and Wallace，1998，2000；Li and Wang，2003a，2003b）。NAM 在时间域的特征主要表现为月内尺度的低频振荡（李晓峰和李建平，2009）。因此，NAM 的纬向对称（$k=0$）和非对称（$k\neq0$）分量都会表现出低频振荡的特征。图 9 给出了利用空间谱展开的逆运算得到的高度场异常的空间分布，由图可见，利用 $l=1$，$k=2$（称为 P1）（图 9a）和 $l=1$，$k=0$（称为 P2）（图 9b）两种不同的高度场异常的空间分布叠加，得到的空间型（图 9c）与实际的 NAM 结构很相似，两个区域中心分别位于北大西洋和北太平洋附近。资料计算的结果表明，空间型 P1 的平均振幅为 15 gpm，而 P2 的平均振幅为 18 gpm，说明 NAM 依然以对称分量为主。上述的结果表明经向波数和纬向波数满足 $l=1$，$k=2$ 和 $l=1$，$k=0$ 对应的空间谱展开系数应该表现出月内尺度的低频特征，这与 3.1 节中的结果是基本吻合的。

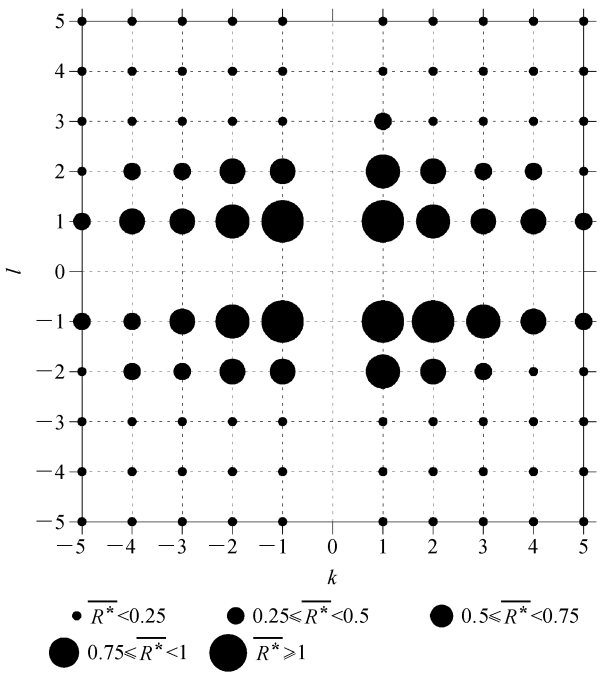

图 8 同图 7，但为标准化功率谱$\overline{R^*}$

Fig. 8 Same as Fig. 7, but for the composite standardized power spectra $\overline{R^*}$

4 理论分析

4.1 波动尺度与频率的关系——频散关系式

我们采用球坐标下的正压无辐散涡度方程：

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\bar{u}}{a\cos\varphi}\frac{\partial}{\partial\lambda}\right)\nabla_s^2\psi'+B\frac{1}{a\cos\varphi}\frac{\partial\psi'}{\partial\lambda}=0,$$

其中，

$$B=\frac{2\Omega\cos\varphi}{a}-\frac{1}{a^2}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\frac{1}{\cos\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\bar{u}\cos\varphi)\right].$$

采用 Mercator 投影，得到

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}_M\frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla^2\psi'+\beta_M\frac{\partial\psi'}{\partial x}=0, \qquad (2)$$

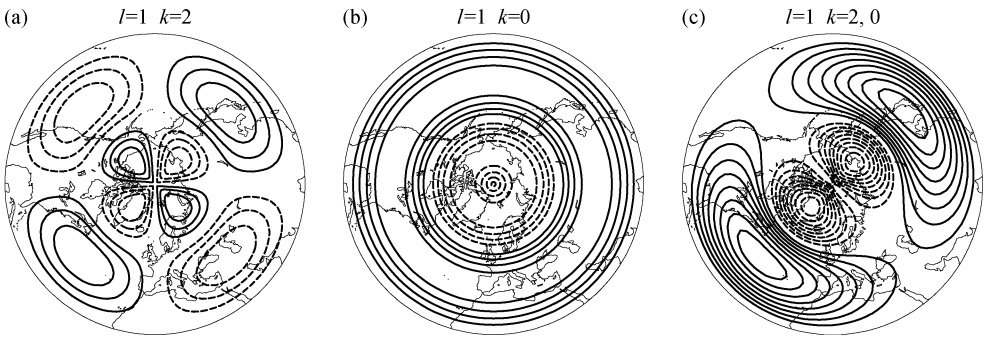

图 9 经向波数和纬向波数满足 (a) $l=1$，$k=2$ 和 (b) $l=1$，$k=0$ 的高度场异常空间分布以及 (c) 两种高度场异常的叠加（单位：gpm）。等值线间隔：4 gpm；实线：正异常；虚线：负异常；图中省略了零线

Fig. 9 The geopotential height anomalies (gpm) when (a) $l=1$, $k=2$ and (b) $l=1$, $k=0$; (c) the sum of the geopotential height anomalies in (a) and (b). Isolines are drawn every 4 gpm, solid and dashed lines indicate the positive and negative anomalies respectively, and the zero lines are omitted

其中，

$$\bar{u}_{\mathrm{M}}=\frac{\bar{u}}{\cos\varphi},$$

$$\beta_{\mathrm{M}}=\frac{2\Omega\cos^2\varphi}{a}-\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{\cos^2\varphi}\frac{\partial}{\partial y}\left(\bar{u}_{\mathrm{M}}\cos^2\varphi\right)\right].$$

设波解：

$$\psi'=\hat{\psi}\exp\left\{i\left(\frac{2\pi k}{L_x}x+\frac{2\pi l}{L_y}y-\omega t\right)\right\},$$

将其代入（2）式，求得：

$$\omega-\frac{2\pi k}{L_x}\bar{u}_{\mathrm{M}}=-\beta_{\mathrm{M}}\frac{2\pi k}{L_x}\Big/\left[\left(\frac{2\pi k}{L_x}\right)^2+\left(\frac{2\pi l}{L_y}\right)^2\right]. \tag{3}$$

这就是经典的罗斯贝波频散关系，其中 ω 为波动的圆频率，L_x 和 L_y 分别代表纬向和经向的空间长度，利用投影公式可计算分别为 $2\pi R$ 和 $2.5R$，R 代表地球半径。将参数代入（3）式并化简得到：

$$\omega=2k\left(\frac{\bar{u}_{\mathrm{M}}}{R}-\frac{\beta_{\mathrm{M}}R}{4k^2+25l^2}\right). \tag{4}$$

（4）式表明不同尺度的波动与其周期存在着对应关系，因此利用（4）式分别对上节中情况 2、3、4 进行分析。计算中，β_{M} 近似取为 $2\times10^{-11}\,\mathrm{m^{-1}\cdot s^{-1}}$。

4.2　不同空间尺度波动的周期分析

（1）当纬向波数和经向波数满足 $k\neq0$，$l=0$ 时，对应第 3 节中的情况 2，代入（4）式，得到：

$$\omega=2k\left(\frac{\bar{u}_{\mathrm{M}}}{R}-\frac{\beta_{\mathrm{M}}R}{4k^2}\right).$$

纬向波动的频率与纬向波数 k 满足如上的关系式。当

$$\frac{\bar{u}_{\mathrm{M}}}{R}-\frac{\beta_{\mathrm{M}}R}{4k^2}>0,$$

ω 为正值，且随 k 单调递增，周期随 k 单调递减；当

$$\frac{\bar{u}_{\mathrm{M}}}{R}-\frac{\beta_{\mathrm{M}}R}{4k^2}<0,$$

ω 为负值，$|\omega|$ 随 k 单调递减，周期随 k 递增。图 10 是给定不同风速条件下，波动周期随纬向波数 k 的变化曲线，由图可见，在 $\bar{u}_{\mathrm{M}}=15$ m/s，$k\geqslant3$ 和 $\bar{u}_{\mathrm{M}}=20$ m/s，$k\geqslant2$ 的情况下，周期随 k 递减，说明大尺度运动以低频变化为主，尺度越小，高频变化越显著。不同风速下，临界纬向波数的大小不同，风速越大，临界纬向波数越小。对比情况 3 资料诊断的结果，理论分析能部分解释资料分析得到的结论，大尺度运动以低频变化为主而小尺度运动则以高频变化为主，低频周期集中在 10～30 天；冬季平均纬向风较强，因此临界纬向波数在冬季时较小。但是对于纬向波数 $k=1$～2，利用（4）式并不能得到低频变化的结论，表明大尺度纬向波动的低频变化可能受其他因素调制，比如热源与地形等。

（2）当纬向波数和经向波数满足 $k=0$，$l\neq0$ 时，对应第 3 节中的情况 3，代入（4）式，得到 $\omega=0$，因此为纬向对称的大气运动应当以低频运动为主，这与情况 3 资料分析的结果是基本一致的，但是资料分析中存在一个显著的准两周低频变化周期，该周期的形成可能与波流的非线性相互作用有关。

（3）当纬向波数和经向波数满足 $k\neq0$，$l\neq0$ 时，（4）式变得不可简化。为了研究低频变化所对应的空间尺度特征，我们假设 $\omega\to0$。当 $\omega\to0$ 波解趋近于驻波形式，此时有

$$4k^2+25l^2\to\frac{\beta_{\mathrm{M}}R^2}{\bar{u}_{\mathrm{M}}}. \tag{5}$$

令

$$U_{\mathrm{e}}=\frac{\beta_{\mathrm{M}}R^2}{4k^2+25l^2}, \tag{6}$$

因此，（5）式等价于：

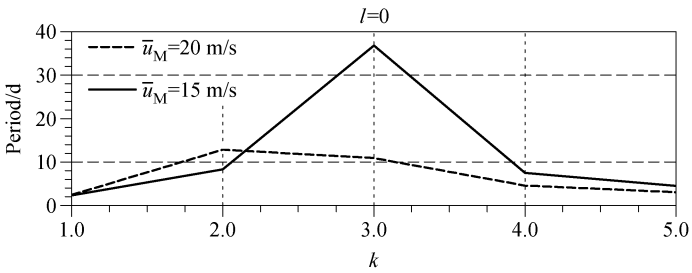

图 10　给定不同背景风速下由公式（4）计算得到的波动周期（天）随纬向波数 k 的变化曲线

Fig. 10　Wave periods (day) for different zonal wave numbers k calculated by equation (4) for basic flows of 15 m/s and 20 m/s

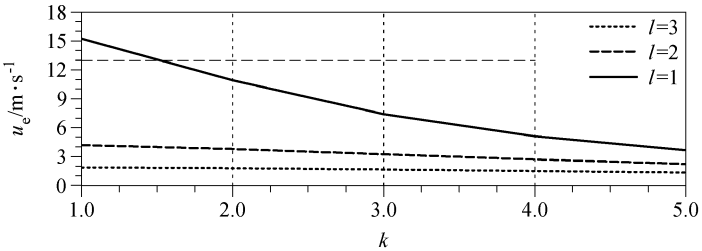

图 11 给定不同经向波数下由公式（6）计算得到的特征风速（m/s）随 k 的变化曲线

Fig. 11 Typical wind speeds (m/s) for different zonal wave numbers k calculated by equation (6)

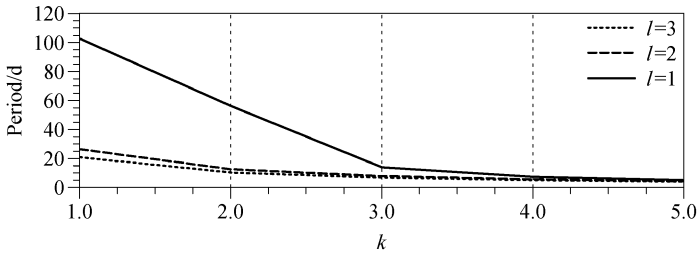

图 12 给定不同经向波数下由公式（4）计算得到的波动周期（天）随 k 的变化曲线

Fig. 12 Wave periods (day) for different zonal wave numbers k calculated by equation (4)

$$\bar{u}_M \to U_e.$$

当$\bar{u}_M \to U_e$ 时，$\omega \to 0$，因此，我们称 U_e 为特征风速。图 11 是不同的纬向波数 k 和经向波数 l 下计算的特征风速 U_e，由图可见，只有当 $l=1$ 时，U_e 是最接近实际的背景风速$\bar{u}_M$（北半球西风带平均风速为 13 m/s），并且随着 l 的增大，U_e 越来越小。在给定 l 的情况下，U_e 随着 k 的增大而减小，因此准定常波最显著的空间尺度主要为 $k=1\sim2$，$l=1$。这与第 3 节情况 4 的资料分析结果是基本一致的，准定常波的经向结构以 1 波为主。图 12 给出了利用公式（4）计算的不同纬向波数 k 和经向波数 l 对应的波动周期。一个明显的特征是，当 $l=1$ 时，周期普遍都很大，尤其是纬向波数 k 很小时，这进一步反映了准定常波最显著的空间尺度主要为 $k=1\sim2$，$l=1$，也说明多以经向偶极子型存在的低频环流可能是大气运动的本征模态。

5 结论和讨论

本文对 1979～2004 年逐日的北半球 500 hPa 位势高度异常进行二维傅里叶分解，利用标准化功率谱的方法分析了不同波数下谱展开系数的频域特征，并利用经典的罗斯贝波频散关系部分解释了资料分析的结果。主要结论如下：

对全年逐日序列分析的结果表明，北半球平均的位势高度场异常存在 10～30 天的显著振荡周期，这可能与热带季节内振荡有关；经向对称的波动（情况 2）表现为大尺度运动以 10～30 天低频变化为主而小尺度运动则以 4～8 天高频变化为主，临界纬向波数在冬季时较小；纬向对称的波动（情况 3）主要表现为低频变化，其中以准两周的周期最为显著，这与环状模的显著周期存在对应的关系（李晓峰和李建平，2009）；准定常波的经向结构以 1 波为主（情况 4），与低频环流（如阻塞、NAM 和 NAO）的经向偶极结构存在联系。冬、夏半年序列分别计算的结果与全年序列的结果并无本质差异。

利用频散关系分析了情况 2、3、4，结果说明频散关系能部分解释上述资料分析的结论。当纬向波数 $k=0$ 时，罗斯贝波动的圆频率严格为 0，表明该尺度上的波动以低频变化为主；当经向波数 $l=0$，在 k 满足一定的条件下，波动周期随 k 的增大而减小，并且基本气流的纬向风越大，临界纬向波数越小；当纬向波数和经向波数满足 $k\neq0, l\neq0$ 时，由 $l=1$ 所计算的特征风速与实际基本气流的风速最为接近，因此对应的波动圆频率趋于 0，周期趋于低频。

本文利用经典的罗斯贝波频散关系，初步解释了北半球中高纬大气运动的时空频谱特征，但是仍有许多问题有待进一步的研究。对于行星尺度的纬

向波动（$k=1\sim2, l=0$），频散关系并不能得到低频变化的结果，表明这种尺度上的低频变化可能由其他因素调制，比如地形、非绝热加热等。由频散关系得经向波数为 1 时波动是准定常的，而实际资料分析的结果存在一个显著的谱段为 10～30 天，10～30 天显著周期的形成可能还有更为复杂的过程来控制，比如波流相互作用（Lorenz and Hartmann，2001；Jin et al.，2006a，2006b）以及波与波的相互作用（谭本馗，1993），并且，10～30 天是延伸期数值预报的重要时间尺度（丑纪范等，2010）。

参考文献（References）

Blackmon M L. 1976. A climatological spectral study of 500 mb geopotential height of Northern Hemisphere [J]. J. Atmos. Sci., 33 (8): 1607－1623.

Cheong H. 2000. Double Fourier series on a sphere: Applications to elliptic and vorticity equations [J]. J. Comput. Phys., 157 (1): 327－349.

丑纪范，郑志海，孙树鹏. 2010. 10～30d 延伸期数值天气预报的策略思考——直面混沌 [J]. 气象科学，30 (5)：569－573. Chou Jifan, Zheng Zhihai, Sun Shupeng. 2010. The think about 10－30 d extended-range numerical weather prediction strategy—facing the atmosphere chaos [J]. Scientia Meteorologica Sinica (in Chinese), 30 (5): 569－573.

Feldstein S B. 2000. The timescale, power spectra, and climate noise properties of teleconnection patterns [J]. J. Climate, 13 (24): 4430－4440.

Feng J, Li J P, Li Y. 2010. Is there a relationship between the SAM and southwest Western Australian winter rainfall? [J]. J. Climate, 23: 6082－6089.

Gong D Y, Wang S W. 1999. Definition of Antarctic Oscillation index [J]. Geophys. Res. Lett., 26: 459－462.

Hayashi Y. 1982. Space－time spectral analysis and its applications to atmospheric waves [J]. J. Meteor. Soc. Japan, 60: 156－171.

黄嘉佑，李黄. 1984. 气象中的波谱分析 [M]. 北京：气象出版社，254－300. Huang Jiayou, Li Huang. 1984. The Wave-Spectrum Analysis of Meteorology (in Chinese) [M]. Beijing: China Meteorology Press, 254－300.

Jin F F, Pan L L, Watanabe M. 2006a. Dynamics of synoptic eddy and low-frequency flow interaction. Part I: A linear closure [J]. J. Atmos. Sci., 63 (7): 1677－1694.

Jin F F, Pan L L, Watanabe M. 2006b. Dynamics of synoptic eddy and low-frequency flow interaction. Part II: A theory for low-frequency modes [J]. J. Atmos. Sci., 63 (7): 1695－1708.

Kanamitsu M, Ebisuzaki W, Woollen J, et al. 2002. NCEP-Doe AMIP-II reanalysis (R-2) [J]. Bull. Amer. Meteor. Soc., 83 (11): 1631－1643.

Kao S K. 1968. Governing equations and spectrra for atmospheric motion and transports in frequency, wave-number space [J]. J. Atmos. Sci., 25: 32－38.

Li J P, Wang J X L. 2003a. A modified zonal index and its physical sense [J]. Geophys. Res. Lett., 30 (12), 1632, doi: 10.1029/2003GL017441.

Li J P, Wang J X L. 2003b. A new North Atlantic Oscillation index and its variability [J]. Adv. Atmos. Sci., 20 (5): 661－676.

李建平. 2005. 北极涛动的物理意义及其与东亚大气环流的关系 [M]//俞永强，陈文. 海—气相互作用对我国气候变化的影响. 北京：气象出版社，169－176. Li Jianping. 2005. Physical nature of the Arctic Oscillation and its relationship with East Asian atmospheric circulation [M]// Yu Yongqiang, Chen Wen. Air－Sea－Land Interactions in Asia Monsoon Region and Their Impacts on the Climate Variation in China (in Chinese). Beijing: China Meteorological Press, 169－176.

李晓峰，李建平. 2009. 南、北半球环状模月内活动的主要时间尺度 [J]. 大气科学，33 (2)：215－231. Li Xiaofeng, Li Jianping. 2009. Main submonthly timescales of Northern and Southern Hemispheres annular modes [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 33 (2): 215－231.

李晓峰，李建平. 2010. 月内尺度南半球环状模对应的大气环流异常传播特征 [J]. 大气科学，34 (6)：1099－1113. Li Xiaofeng, Li Jianping. 2010. Propagation characteristics of atmospheric circulation anomalies of sub-monthly Southern Hemisphere annular mode [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 34 (6): 1099－1113.

Lorenz D J, Hartmann D L. 2001. Eddy-zonal flow feedback in the Southern Hemisphere [J]. J. Atmos. Sci., 58 (21): 3312－3327.

Nan S L, Li J P. 2003. The relationship between the summer precipitation in the Yangtze River valley and the boreal spring Southern Hemisphere annular mode [J]. Geophys. Res. Lett., 30, 2266, doi: 10.1029/2003GL018381.

邱明宇，陆维松，陶丽. 2004. ENSO 事件对中高纬大气低频振荡的调频作用 [J]. 南京气象学院学报，27 (3)：365－373. Qiu Mingyu, Lu Weisong, Tao Li. 2004. Frequency modulation effect of ENSO events on atmospheric low-frequency oscillations in the extra-tropical latitudes [J]. Journal of Nanjing Institute of Meteorology (in Chinese), 27 (3): 365－373.

Shutts G J. 1983. The propagation of eddies in diffluent jetstreams: Eddy vorticity forcing of 'blocking' flow fields [J]. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 109 (462): 737－761.

Thompson D W J, Wallace J M. 1998. The Arctic Oscillation signature in the wintertime geopotential height and temperature fields [J]. Geophys. Res. Lett., 25 (9): 1297－1300.

Thompson D W J, Wallace J M. 2000. Annular modes in the extratropical circulation. Part I: Month-to-month variability [J]. J. Climate, 13 (5): 1000－1016.

Tanaka H L, Matsueda M. 2005. Arctic oscillation analyzed as a singular eigenmode of the global atmosphere [J]. J. Meteor. Soc.

Japan, 83 (4): 611－619.

谭本馗. 1993. 非线性 Rossby 波及其相互作用 II. 周期波动解及其稳定性 [J]. 北京大学学报 (自然科学版), 29 (3): 378－384.
Tan Benkui. 1993. Nonlinear Rossby waves and their interactions. Part II: Periodic wave solution and its stability [J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis (in Chinese), 29 (3): 378－384.

Wu Z W, Li J P, Wang B, et al. 2009. Can the Southern Hemisphere annular mode affect China winter monsoon? [J]. J. Geophys. Res., 114, D11107, doi: 10.1029/2008JD011501.

Yee S Y K. 1980. Studies on Ffourier series on spheres [J]. Mon. Wea. Rev., 108 (5): 676－678.